ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
PROCEEDINGS OF THE ACADEMY OF SCIENCES OF THE ARMENIAN SSR

I 1944 1—2

АСТРОФИЗИКА

Академик В. А. Амбарцумян

К вопросу о флюктуациях яркости Млечного пути

(Представлено 20 IV 1944)

В предыдущих заметках[1] автором была выдвинута и рассмотрена гипотеза о том, что флюктуации яркости вдоль Млечного пути вызываются клочковатой структурой поглощающего слоя в Галактике[2]. Было получено дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет функция распределения яркостей, из которого были легко получены моменты (математические ожидания) разных порядков. При этом предполагалось, что поглощающий слой состоит из совокупности облаков, имеющих одинаковую оптическую толщину.

В настоящей заметке мы задаемся целью выяснить вопрос о корреляции яркостей в произвольно взятых парах точек Млечного пути, находящихся на близком взаимном расстоянии.

Для этого составим среднее значение квадрата разности яркостей в двух произвольно избранных точках, находящихся на заданном угловом расстоянии φ друг от друга.

$$\overline{(J_1 - J_2)^2} = 2\left(\overline{J_1^2} - \overline{J_1 J_2}\right)$$

так как $\overline{J_1^2} = \overline{J_2^2}$. Очевидно, что $\overline{J_1 J_2}$ зависит от φ, в то время как $\overline{J_1^2}$ является значением $\overline{J_1 J_2}$ при $\varphi = 0$. Составим предел:

$$\lim_{\varphi \to 0} \frac{\overline{(J_1 - J_2)^2}}{\varphi} = -2 \lim \frac{\overline{J_1 J_2(\varphi)} - \overline{J_1 J_2(0)}}{\varphi} = -2 \left[\frac{d}{d\varphi} \overline{J_1 J_2}\right]_{\varphi = 0} \tag{1}$$

Таким образом, задача сводится к нахождению $\overline{J_1 J_2}$ при малых значениях φ.

Если число облаков, расположенных в первом направлении до расстояния s_1 от нас, обозначим через $n_1(s_1)$ (очевидно эта функция принимает случайные значения), то свет от звезды, находящейся на этом расстоянии, ослабнет $q^{n_1(s)}$ раз, где q есть прозрачность одного облака. Поэтому, если элемент dV галактического пространства излучает в единице телесного угла энергию ηdV (речь идет о суммарном излучении звезд, находящихся в этом элементе), то

$$J_1 = \int_0^\infty q^{n_1(s)}\, \eta ds_1$$

Точно также

$$J_2 = \int_0^\infty q^{n_2(s_2)}\, \eta ds_2$$

Считая η постоянным, имеем отсюда:

$$\overline{J_1 J_2} = \eta^2 \int_0^\infty \int_0^\infty q^{n_1(s_1) + n_2(s_2)} ds_1 ds_2$$

Усредняя под знаком интеграла, находим:

$$\overline{J_1 J_2} = \eta^2 \int_0^\infty \int_0^\infty \overline{q^{n_1(s_1) + n_2(s_2)}} ds_1 ds_2 \qquad (2)$$

Вследствие постоянства плотности вероятности встречаемости поглощающих облаков в рассматриваемой части галактического пространства будем иметь:

$$\overline{q^{n_1(s_1) + n_2(s_2)}} = \overline{q^{n_1(s_2) + n_2(s_1)}}$$

В силу такой симметрии мы можем разбить (2) на два равных между собою интеграла. Поэтому:

$$\overline{J_1 J_2} = 2\eta^2 \int_0^\infty ds_1 \int_{s_1}^\infty \overline{q^{n_1(s_1) + n_2(s_2)}} ds_2 \qquad (3)$$

Теперь задача заключается в вычислении подинтегральной функции, в которой $s_2 > s_1$.

Имеем:

$$\overline{q^{n_1(s_1) + n_2(s_2)}} = \sum_{n_1,\, n_2} P\,(n_1, n_2;\, s_1, s_2)\; q^{n_1 + n_2} \qquad (4)$$

где $P\,(n_1, n_2;\, s_1, s_2)$ есть вероятность той или иной пары значений n_1 и n_2 при заданных s_1 и s_2. Но по теореме умножения вероятностей:

$$P\,(n_1, n_2;\, s_1, s_2) = P\,(n_1;\, s_1)\; P_{n_1(s_1)}\,(n_2;\, s_2) \qquad (5)$$

где $P_{n_1(s_1)}\,(n_2;\, s_2)$ есть вероятность того или иного значения $n_2(s_2)$ при заданном $n_1(s_1)$. Что касается $P\,(n_1, s_1)$, то она представляет вероятность того, что на расстоянии s_1 имеется n_1 облаков и определяется формулой Пуассона:

$$P\,(n_1, s_1) = e^{-\nu s_1} \frac{(\nu s_1)^{n_1}}{n_1!} \qquad (6)$$

где ν среднее число облаков, пересекаемых лучем на единице пути.

Остановимся на вычислении $P_{n_1(s_1)}(n_2; s_2)$. Мы введем для этой цели вероятность Q того, что поглощающее облако, пересекающее первый из наших лучей на расстоянии меньшем чем s_1 от наблюдателя, пересечет и второй луч. Очевидно, что Q зависит от s_1 и φ. При этом мы будем считать, что точка пересечения облака с первым лучом может с одинаковой вероятностью находиться в любом месте отрезка (o, s_1).

Вычислим вероятность того, что из полного количества облаков, пересекающих первый луч, некоторое количество β уже не пересекает второго луча и только $n_1 - \beta$ пересекает второй луч. Очевидно, что эта вероятность равна:

$$\frac{n_1!}{\beta!(n_1-\beta)!}(1-Q)^{\beta} Q^{n_1-\beta}$$

Если из числа пересекающих первый луч туманностей второй луч пересекает лишь $n_1 - \beta$, то для того, чтобы второй луч пересекало всего n_2 туманностей, необходимо, чтобы этот луч пересекало $\alpha = n_2 - n_1 + \beta$ туманностей, не пересекающих первый на отрезке (o, s_1). Вероятность этого события в свою очередь определяется формулой Пуассона:

$$e^{-\overline{\alpha}} \frac{\overline{\alpha}^{\alpha}}{\alpha!}$$

Значение $\overline{\alpha}$ мы определим в дальнейшем.

По теореме умножения вероятность того, что при данном n_1 второй луч пересекает $n_1 - \beta$ туманностей, пересекающих первый на отрезке (o, s_1) и вместе с тем полное число пересекающих второй луч туманностей на отрезке (o, s_2) будет n_2, равна произведению:

$$e^{-\overline{\alpha}} \frac{\overline{\alpha}^{\alpha}}{\alpha!} \frac{n_1!}{\beta!(n_1-\beta)!}(1-Q)^{\beta} Q^{n_1-\beta}$$

Поскольку β может принимать разные значения от 0 до n_1, мы получаем, что искомая вероятность $P_{n_1(s_1)}(n_2; s_2)$ равна

$$P_{n_1(s_1)}(n_2; s_2) = \sum_{\beta=o}^{n_1} e^{-\overline{\alpha}} \frac{\overline{\alpha}^{\alpha}}{\alpha!} \frac{n_1!}{\beta!(n_1-\beta)!}(1-Q)^{\beta} Q^{n_1-\beta}$$

Следовательно, на основании (6):

$$P(n_1, n_2; s_1, s_2) = e^{-\nu s_1} \frac{(\nu s_1)^{n_1}}{n_1!} \sum_{\beta} e^{-\overline{\alpha}} \frac{\overline{\alpha}^{\alpha}}{\alpha!} \frac{n_1!}{\beta!(n_1-\beta)!}(1-Q)^{\beta} Q^{n_1-\beta}$$

Подставляя в (4), меняя порядок суммирования и принимая во внимание, что $\alpha = n_2 - n_1 + \beta$, после несложных преобразований получаем:

$$\overline{q^{n_1(s)+n_2(s)}} = e^{-[\nu s_1 + \overline{\alpha}](1-q) - q\nu s_1 Q(1-q)} \qquad (7)$$

Теперь необходимо выяснить, чему равно среднее число туманностей $\overline{\alpha}$, пересекающих отрезок s_2 второго луча, но не пересекающих отрезок s_1 первого.

Очевидно, что среднее число туманностей, пересекающих вообще отрезок s_2, равно νs_2. Однако из этого числа в среднем $Q\nu s_1$ пересекает и луч s_1.

Поэтому:

$$\overline{\alpha} = \nu\,(s_2 - Qs_1)$$

Подставляя в (7), находим:

$$\overline{q^{n_1(s)+n_2(s)}} = e^{-\nu(s_1+s_2)(1-q)+\nu s_1 Q(1-q)^2}$$

Вносят в (3) и производя интегрирование по s_2, получим:

$$\overline{J_1J_2} = \frac{2\eta^2}{\nu(1-q)}\int_0^{\infty} e^{-\nu s_1(1-q)\left\{2-Q\,(1-q)\right\}}\,ds_1$$

$$= \frac{2\eta^2}{\nu(1-q)}\int_0^{\infty} e^{-\nu s_1(1-q^2)}\left\{1-\nu s_1(1-Q)(1-q)^2\right\}ds_1 \qquad (8)$$

поскольку $1-Q$ малая величина для малых углов φ и в разложениях можно ограничиться ее первой степенью.

Разность $1-Q$ есть вероятность того, что туманность, пересекающая первый луч, не пересечет второго. Для малых углов φ между лучами эта вероятность должна быть пропорциональна среднему расстоянию между лучами, которое равно $\frac{\varphi s_1}{2}$. Поэтому

$$1-Q = \frac{\varphi s_1}{R}$$

где $\frac{1}{R}$ есть коэфициент пропорциональности.

Подставляя в (8) и интегрируя, находим:

$$\overline{J_1J_2} = \frac{2\eta^2}{\nu(1-q)}\left\{\frac{1}{\nu(1-q^2)} - \frac{2(1-q)^2\varphi}{R\nu^2(1-q^2)^3}\right\} \qquad (9)$$

Вносят это в (1), получаем:

$$\lim_{\varphi=0}\frac{\overline{(J_1-J_2)^2}}{\varphi} = -2\frac{d}{d\varphi}\overline{J_1J_2} = \frac{8\eta^2}{R\nu^3(1-q)^2(1+q)^3} \qquad (10)$$

Для производной коэфициента корреляции находим

$$\frac{dr}{d\varphi} = -\frac{4}{R\nu(1+q)^2} \qquad (11)$$

потому что на основании (9)

$$\overline{J_1^2} = \overline{J_2^2} = \frac{2\eta^2}{R\nu(1-q^2)(1-q)}$$

Таким образом, коэфициент корреляции яркостей двух точек, находящихся на малом расстоянии φ друг от друга в Млечном пути, равен:

$$r = 1 - \frac{4\varphi}{R\nu(1+q)^2} \qquad (12)$$

Мы видели выше, что вероятность непересечения второго луча туманностью, пересекающей первый луч, равна:

$$1 - Q = \frac{\varphi s_1}{R}$$

Очевидно, что R должно быть порядка радиуса одной туманности. Таким образом, в формулу (12) в качестве характерной безразмерной величины входит произведение νR. Для того, чтобы яркости двух точек были независимы, нужно, чтобы угол φ достиг порядка величины νR.

Астрономическая обсерватория
Академии Наук Арм. ССР
Ереван, 1914, апрель

ԱԿԱԴԵՄԻԿՈՍ Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ

Ծիրկաթինի պայծառության ֆլուկտուացիաների հարցի շուրջը

Ծիրկաթինի երկու հարևան կետերի պայծառության կորելյացիայի գործակիցը դուրս է բերվում այն պայմանից, որ Ծիրկաթինի պայծառության ֆլուկտուացիաները հետևանք են Գալակտիկայի մեջ եղած կլանող շերտի պղձային կառուցվածքի։

V. A. Ambarzumian

On the problem of the fluctuations of Brightness in the Milky way

The coefficient of correlation of brightnesses of two neighbouring points of Milky Way is derived on the assumption that the brightness-fluctuations in the Milky Way are caused by the patchy structure of absorbing layer in the Galaxy.

ЛИТЕРАТУРА

1. ДАН (в печати). 2. *Амбарцумян.* Теоретическая астрофизика, 207—209 ГТТИ, 1939.